

大学院入試問題

名古屋大学大学院理学研究科博士課程(前期課程)

素粒子宇宙物理学専攻(素粒子宇宙物理系)

素粒子宇宙物理学専攻(宇宙地球物理系)

物質理学専攻(物理系)

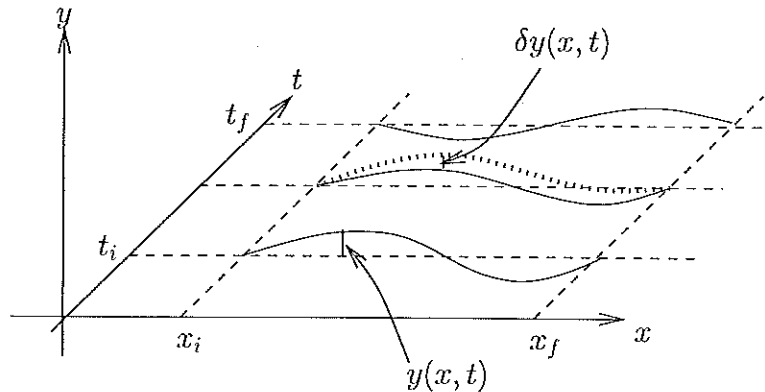
問題 その1

2010年8月26日(木) 9時20分～11時20分

受験上の注意

1. この冊子には物理学【I】、物理学【II】の2題ある。答えは問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。
2. 素粒子宇宙物理学専攻(素粒子宇宙物理系)もしくは物質理学専攻(物理系)を第4志望までに1つでも志望するものは、物理学【I】および【II】のみを選択すること。
3. 答案用紙は黄、青を全員に各1枚、出願時の志望先に応じて必要な者に紫を2枚ずつ、それに草案用紙を各1枚配布してあるが、解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
4. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

図のように、 $x = x_i$ から $x = x_f$ に張られた弦の微小運動を考える。ただし、弦の運動は y 方向に限られているとして、その変位を座標 x 、時間 t の関数 $y(x, t)$ としよう。弦の張力の大きさを F 、線密度 (単位長あたりの質量) を ρ とする。 $y(x, t)$ は微小なので、 F や ρ は x や t によらず一定であると考えてよい。



1. 弦を伝わる波の速度は、張力および線密度に依存する。次元解析を利用して、波の速度を予測せよ。

以下では、解析力学を用いて弦を伝わる波の運動を考え、その速度を求めてみよう。

2. x と $x + dx$ の間の弦の微小部分を考える。この微小部分は y 軸方向に動くことにより運動エネルギー (dE_k) を持つ。また、張力によるポテンシャルエネルギー (dE_p) を蓄える。すると、ある時刻 t における微小部分のラグランジアンは、 $Ldx = dE_k - dE_p$ と書ける。 $y' = \frac{\partial y}{\partial x}$, $\dot{y} = \frac{\partial y}{\partial t}$ としたとき、

$$L(y, \dot{y}, y') = \frac{\rho}{2} \dot{y}^2 - \frac{F}{2} y'^2 \quad (1)$$

となることを示せ。

3. ラグランジアンが満たすべき方程式は、

$$\frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial y'} \right) = 0 \quad (2)$$

である。これに式 (1) を代入して、 $y(x, t)$ が満たす運動方程式を求めよ。

4. この運動方程式は、弦の横波の運動を表す波動方程式となっている。 x の正の方向に進む波動の速度 v を求めよ。

5. 方程式 (2) を, 以下の手順に従って, 最小作用の原理に基づいて導け.

作用 S は以下の式で与えられる.

$$S[y] = \int_{t_i}^{t_f} dt \int_{x_i}^{x_f} dx L(y, \dot{y}, y')$$

ここで, t_i, t_f は, 運動開始時刻と終了時刻である. 最小作用の原理によると, 仮想変位 $\delta y(x, t)$ を加えた時の作用の増分 $\delta S = S[y + \delta y] - S[y]$ は, 極値の条件 $\delta S = 0$ を満たさなければならない. $|\delta y| \ll |y|$ であるとして, δS を δy について一次の項まで求め, 任意の δy に対して $\delta S = 0$ であることを用いれば, 方程式 (2) が得られる.

なお, $\delta y(x, t)$ は, 任意の x ($x_i < x < x_f$) に対して

$$\delta y(x, t_i) = \delta y(x, t_f) = 0,$$

さらに任意の t ($t_i < t < t_f$) に対して

$$\delta y(x_i, t) = \delta y(x_f, t) = 0$$

を満たす.

物理学 [II] (答案用紙: 青)

一様な定常電場 E 、および一様な定常磁場 (磁束密度) B の両方が存在する場合の、質量 m 、電荷 q を持った荷電粒子の真空中の運動を考える。 E 、 B の (x, y, z) 成分をそれぞれ $E = (E_x, 0, 0)$ 、 $B = (0, B_y, 0)$ とし、時刻 $t = 0$ で荷電粒子は原点に静止していたとして以下の問いに答えよ。なお、荷電粒子の速さは光速よりも充分遅いものとする。

1. 荷電粒子が電磁場からのローレンツ力のみを受けて運動する場合の運動方程式を x, y, z 各成分ごとに記せ。
2. まず $E \neq 0$ 、 $B = 0$ の場合を考える。このとき、荷電粒子はどのような運動を行うか、運動方程式の解をもとに簡潔に説明せよ。
3. 次に、 $E \neq 0$ 、 $B \neq 0$ の場合、荷電粒子はどのような運動を行うか、速度 v を時間 t の関数として求めよ。
4. 問 3 において、時刻 t における荷電粒子の位置を求めよ。
5. 問 4 の結果は、荷電粒子の x 軸方向の運動が、有限の領域に制限されていることを示す。これは問 2 の結果と比較すると、一見奇妙である。そのような運動が生じる理由を定性的に説明せよ。
6. 問 4 で求めた荷電粒子の軌道の概略図を描け。
7. 定常電場ではなく、 $E = (E_x \cos(\omega_0 t), 0, 0)$ と時間変動する電場の下での荷電粒子の位置を求めよ。ただし、磁場は定常であり、 $\omega_0 \neq qB_y/m$ として良い。
8. 問 7 の変動電場に加えて、周囲に空気があり、速度に比例する抵抗力 $-kv$ を受ける場合を考えよう。充分時間が経った時の粒子の速度 v を求めよ。

大学院入試問題

名古屋大学大学院理学研究科博士課程（前期課程）
素粒子宇宙物理学専攻（素粒子宇宙物理系）
素粒子宇宙物理学専攻（宇宙地球物理系）
物質理学専攻（物理系）

問題 その2

2010年8月26日（木）13時00分～15時00分

受験上の注意

1. この冊子には物理学【Ⅲ】、物理学【Ⅳ】の2題ある。答えは問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。
2. 素粒子宇宙物理学専攻（素粒子宇宙物理系）もしくは物質理学専攻（物理系）を第4志望までに1つでも志望するものは、物理学【Ⅲ】および【Ⅳ】のみを選択すること。
3. 答案用紙は赤、緑を全員に各1枚、出願時の志望先に応じて必要な者に茶を2枚ずつ、それに草案用紙を各1枚配布してあるが、解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
4. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいならない。

質量 m の二つの粒子が x 軸上を運動している。粒子 1 の座標を x_1 , 運動量を p_1 , 粒子 2 の座標を x_2 , 運動量を p_2 としたとき, ハミルトニアンが次で与えられているとする:

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + U(x_2 - x_1)$$

$$U(x) = \begin{cases} 0 & (|x| < a, |x| > a+b) \\ U_0 & (a < |x| < a+b) \end{cases}$$

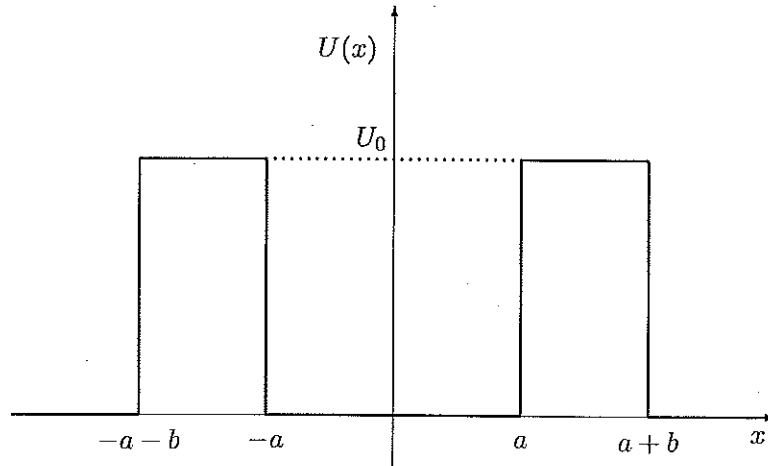


図 1

次の問いに答えよ。

1. 重心座標 $X = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ と相対座標 $x = x_2 - x_1$ を用いて, シュレディンガー方程式を書き直し, 定常状態を表す相対運動に対するシュレディンガー方程式が,

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x) \right) \Psi(x) = E\Psi(x)$$

と書けることを示せ。ここで, $\mu = \frac{1}{2}m$ は換算質量である。

以下では, 重心運動は考慮する必要はない。

2. $U_0 = \infty$ の場合, 束縛状態のエネルギー E_n ($n = 1, 2, 3, \dots, E_1 < E_2 < E_3 < \dots$) を求めよ。また, 基底状態と第 1 励起状態の軌道波動関数 $\Psi_1(x)$ と $\Psi_2(x)$ を求めよ。ただし, 規格化定数は求めなくても良い。

3. U_0 が有限のときには、問2で求めた基底状態は不安定になる。そこで、 $E_1 \ll U_0$ の場合の寿命を評価することにする。簡単のため、 $b \ll a$ の場合を考えると、ポテンシャルは次のように近似できる。

$$U(x) = U_0 b (\delta(x+a) + \delta(x-a))$$

以下、このポテンシャルにおける質量 μ の粒子の運動を考えることにする。

- (a) シュレディンガー方程式を用いて、この粒子の波動関数 $\Psi(x)$ が $x_0 = \pm a$ において以下の式を満たすことを示せ。

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{d\Psi}{dx}(x_0 + \epsilon) - \frac{d\Psi}{dx}(x_0 - \epsilon) \right) = \frac{2\mu U_0 b}{\hbar^2} \Psi(x_0)$$

- (b) 運動エネルギーが $E_1 = \frac{(\hbar k)^2}{2\mu}$ の粒子が $-a < x < a$ にあるとき、粒子が単位時間当たり壁に当たる回数 $N(k)$ を古典的に求めよ。
- (c) 粒子の束縛状態の寿命 $\tau(k)$ を評価せよ。ここで寿命は、 $x = a$ の壁にエネルギー $E_1 = \frac{(\hbar k)^2}{2\mu}$ の粒子が1回衝突したときの透過する確率 $P(k)$ を用いて、 $\tau(k) = \frac{1}{N(k)P(k)}$ と評価できるものとする。

問2で求めた束縛状態について、2個の粒子がスピン $\frac{1}{2}$ の同種粒子のフェルミオンの場合を考える。ここで全波動関数は、問2で求めた軌道波動関数と、スピン波動関数の積で書ける。全波動関数は、2つの粒子の交換に対して符号を変える。

4. (a) 基底状態と第1励起状態における全スピンの大きさをそれぞれ書き、理由を述べよ。
- (b) 基底状態のスピン波動関数をスピン波動関数 $\chi_{\pm}^{(i)}$ を使って書き下せ。ここで粒子 i ($i = 1, 2$) のスピン波動関数 $\chi_{\pm}^{(i)}$ は、スピン演算子 $S^{(i)} = (S_x^{(i)}, S_y^{(i)}, S_z^{(i)})$ に対して、 $(S^{(i)})^2 \chi_{\pm}^{(i)} = \frac{3}{4} \hbar^2 \chi_{\pm}^{(i)}$, $S_z^{(i)} \chi_{\pm}^{(i)} = \pm \frac{\hbar}{2} \chi_{\pm}^{(i)}$ を満たす。
5. 図1のポテンシャルにおいて、全スピン0の束縛状態を考える。束縛状態が二つの粒子に崩壊したとき、 x 軸上の点 A ($x = x_A \gg a + b$) で z 軸方向のスピンを測定したところ、 $\frac{\hbar}{2}$ の測定値を得た。もう一つの粒子のスピンを点 B ($x = x_B < -x_A$) で測定する。
- (a) 点 B で、 z 軸方向のスピンを測定したとき、どのような結果が得られるか？
- (b) 点 B で、 y 軸方向のスピンを測定したとき、どのような結果が得られるか？
- (c) 点 B で、 y 軸から z 軸の方向に $\frac{\pi}{6}$ 傾いた向きのスピンを測定したとき、どのような結果が得られるか？

必要ならば以下を用いても良い。スピン $1/2$ の場に作用するスピン演算子は、パウリ行列 $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ を用いて、 $S = \frac{\hbar}{2} \sigma$ とかける。ただし、

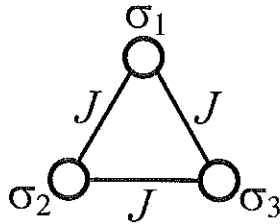
$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

である。 $S_{\pm} \equiv S_x \pm iS_y$, $S_- \chi_+ = \hbar \chi_-$, $S_+ \chi_- = \hbar \chi_+$. 座標を x 軸の周りに角度 θ だけ回転すると、スピン状態は $\exp(-\frac{i\theta}{\hbar} S_x)$ をかけることで表される。

下図のように、スピンの三量体 (3 個のスピンの系) が一様な磁場 H 中に置かれている。ただし、スピンは上向き、または下向きのいずれかをとるものとし、それぞれに対応するスピン変数 σ_i は、1 または -1 の値をとる。系のエネルギー E_3 は、

$$E_3(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = -J(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - \mu_0 H \sum_{i=1}^3 \sigma_i$$

である。ここで、 J は相互作用定数、 μ_0 は磁気モーメントである。温度を T として、以下の設問に答えよ。(ボルツマン定数を k_B とし、必要に応じて $\beta \equiv 1/(k_B T)$ を用いよ。)



1. とり得る全ての状態 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ と、それに対応したエネルギー E_3 を列挙せよ。
2. 分配関数 Z_3 を求めよ。

次に、互いに独立な N 個の三量体を考える。この場合、分配関数 Z_{3N} は、 $Z_{3N} = (Z_3)^N$ となる。

3. 磁場 $H=0$ の場合、系のエネルギーの期待値を求めよ。
4. 磁場 $H=0$ の場合、問3の結果を用いて、
 - (a) 熱容量 C を求めよ。
特に $J>0$ の場合を考える。
 - (b) C の高温極限 ($k_B T \gg J$) および低温極限 ($k_B T \ll J$) を求めよ。
 - (c) C を T の関数として、その概略図を描け。
5. (a) 磁化 $M = \mu_0 N (\langle \sigma_1 \rangle + \langle \sigma_2 \rangle + \langle \sigma_3 \rangle)$ を求めよ。
 (b) $H \rightarrow 0$ での磁化率 χ を求めよ。なお、 M を H の1次まで展開し、 $\chi = M/H$ を用いてよい。
 (c) 磁化率 χ の高温極限 ($k_B T \gg |J|$)、および低温極限 ($k_B T \ll |J|$) を求めよ。さらに、 J の正負でどのような違いがあるかを述べよ。

大学院入試問題

(宇宙地球物理系追加問題)

名古屋大学大学院理学研究科博士課程(前期課程)
素粒子宇宙物理学専攻(宇宙地球物理系)

追加問題 その1

2010年8月26日(木) 9時20分～11時20分

受験上の注意

1. この冊子には、化学【I】、化学【II】の2題ある。下記の選択条件に留意し、先の物理学の2題の問題とあわせて4題のうち2題を選択し、解答すること。
答案は問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。

[選択条件]

- a). 大気圏環境変動(AM:コード220)のみを志望するものは、物理・化学から任意の問題を解答してよい。
 - b). 宇宙空間物理学観測(SS_E:コード181)のみ、あるいはSS_EとAMのみを志望するものは、午前・午後全4間中「物理学2問以上」を解答すること。
 - c). a), b)に該当しない受験生は「物理学のみ」を解答すること。
2. この追加問題の答案用紙は紫色である。解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
 3. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

化学 [I] (答案用紙: 紫)

気相でのシクロプロパンの異性化反応過程の反応速度について考察する。



この異性化反応過程は、単純な1次反応過程としてではなく、次のようなリンデマン-ヒンシェルウッドの反応機構で解析することができる。



ここで、A は反応物 *cyclo-C*₃H₆ であり、P は生成物 CH₃CH = CH₂ である。
下記の問いに答えよ。

問1 リンデマン-ヒンシェルウッドの反応機構の上記の反応(2)-(4)がそれぞれどのような過程であるかを説明せよ。

問2 反応(2)-(4)を考慮すると、A のエネルギー的に高い状態である A* の濃度の時間変化 $\frac{d[\text{A}^*]}{dt}$ は、どのような反応速度式で表されるか。

問3 反応(2)-(4)を考慮すると、生成物 P の濃度の時間変化 $\frac{d[\text{P}]}{dt}$ は、どのような反応速度式で表されるか。

問4 A* に対して定常状態近似が成り立つとすると、その濃度 [A*] はどのように表されるか。

問5 問4の結果を用いると、生成物 P の濃度の時間変化 $\frac{d[\text{P}]}{dt}$ は、どのような反応速度式で表されるか。

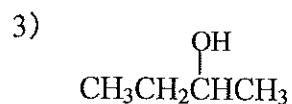
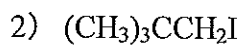
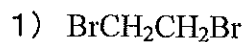
問6 反応(3)の過程の反応速度が、反応(4)の過程の反応速度よりずっと速い場合には、生成物 P の生成速度式はどうなるか。また、その生成速度式について考察せよ。

問7 逆に反応(3)の過程の反応速度が、反応(4)の過程の反応速度よりずっと遅い場合には、生成物 P の生成速度式はどうなるか。また、その生成速度式について考察せよ。

化学 [II] (答案用紙: 紫)

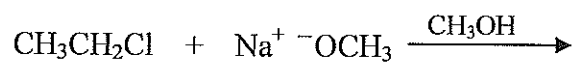
下記の問いに答えよ。

問1 IUPAC の命名法に従って次の分子を命名せよ。

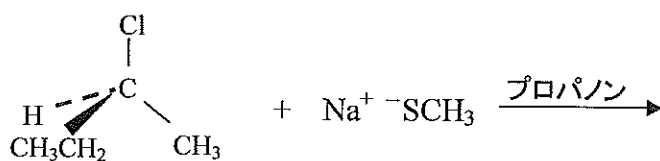


問2 下記の反応の生成物を記せ。また、その反応過程について考察せよ。

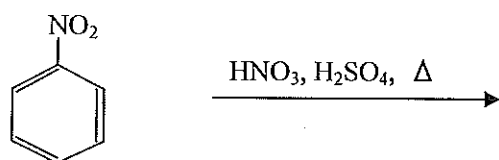
1)



2)



3)



問3 アルデヒドやケトン類のケト-エノール互変異性について、例を挙げて解説せよ。

大学院入試問題

(宇宙地球物理系追加問題)

名古屋大学大学院理学研究科博士課程(前期課程)
素粒子宇宙物理学専攻(宇宙地球物理系)

追加問題 その2

2010年8月26日(木) 13時00分～15時00分

受験上の注意

1. この冊子には、化学【Ⅲ】、化学【Ⅳ】の2題ある。下記の選択条件に留意し、先の物理学の2題の問題とあわせて4題のうち2題を選択し、解答すること。
答案は問題別に指定された色の用紙に記入すること。同一問題が2枚にわたる場合も、指定された色の用紙を用いること。

[選択条件]

- a). 大気圏環境変動(AM:コード220)のみを志望するものは、物理・化学から任意の問題を解答してよい。
 - b). 宇宙空間物理学観測(SS_E:コード181)のみ、あるいはSS_EとAMのみを志望するものは、午前・午後全4問中「物理学2問以上」を解答すること。
 - c). a), b)に該当しない受験生は「物理学のみ」を解答すること。
2. この追加問題の答案用紙は茶色である。解答用紙を変更する場合や、不足した場合は申し出ること。
 3. 答案用紙最下段の所定欄に必要事項を書き込むこと。ただし、評価欄には何も書き込んではいない。

化学 [III] (答案用紙: 茶)

III-1. 金属錯体の形成について、下記の問題に答えよ。ただし、簡単のためイオン電荷の記述を省略する。

問1 金属イオン M が存在する水溶液に、配位子 L を含む水溶液を加えると金属錯体が形成した。金属錯体の生成平衡は、どのような化学式で表わされるか。高次の錯体も形成されるとする。

問2 金属イオン M に n 個の配位子 L が配位した ML_n の逐次生成定数はどのように表わされるか。また、 ML_n の全生成定数と個々の逐次生成定数の関係を書け。

問3 キレート金属錯体とは何か説明せよ。また、代表的なキレート金属錯体の例を挙げよ。

III-2. 過マンガン酸カリウム溶液は波長 530 nm に光吸収を持つ。この光吸収を用いて過マンガン酸カリウムの濃度を求めたい。次の問題に答えよ

問1 過マンガン酸カリウム溶液を光路長 L (単位 cm) のガラスセルにいれ、530 nm の光を照射して、透過光の強度を測定した。過マンガン酸カリウムの 530 nm におけるモル吸光係数を ϵ (単位 $\text{dm}^3 \text{mol}^{-1} \text{cm}^{-1}$) とし、入射光および透過光の強度をそれぞれ I_0 および I とする。Lambert-Beer 則を用いると、過マンガン酸カリウムの濃度 c はどのように表わされるか。

問2 過マンガン酸カリウムの濃度を非常に高くしていったら、実験結果が Lambert-Beer 則から外れるようになった。この原因について、考えられることを書け。

化学 [IV] (答案用紙: 茶)

地球温暖化問題について、下記の問いに答えよ。

問1 地球表面付近の気温は平均すると 15°C くらいである。地球に入射されるエネルギーのほとんどは太陽光線のエネルギーである。一方的にエネルギーが入射されるばかりであると、地球の温度はどんどん上昇してしまう。そうではなく、地球の温度がある程度一定しているのは、どのような機構が働いているためか、考えられることを説明せよ。

問2 人類の活動により大気中に放出される二酸化炭素 CO_2 やメタン CH_4 などの温室効果気体の大気中の濃度が上昇することにより、地球温暖化が引き起こされると考えられている。温室効果気体には、 CO_2 や CH_4 以外にどのようなものがあるか、知っているものをすべて書け。

問3 問2に挙げた温室効果気体が持つ地球温暖化の原因となると考えられる共通の性質について書け。

問4 温室効果気体である CO_2 と CH_4 を較べると、同じ大気への放出質量で、地球温暖化に寄与する能力すなわち GWP (Global Warming Potential) が、 CO_2 を 1 とすると、 CH_4 は 20 くらいと非常に大きいと計算されている。なぜ CH_4 の GWP が大きいのか、その理由について考えられることを書け。

問5 地球温暖化対策として、ガソリン燃料の代わりに、トウモロコシやサトウキビと言った安い穀物を発酵・濾過してアルコール(エタノール)を作り出し、乗用車・小型トラック用のガソリンを代替するバイオマスアルコール燃料として利用することがなされている。このようなバイオマスアルコール燃料は、大気中の CO_2 を増大させない、すなわちカーボンニュートラルであると考えられている。その理由について考えられることを記せ。

問6 問5のバイオマスアルコール燃料がもつ問題点について、考えられることを記せ。